ESTADO DE RORAIMA

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE RORAIMA – UERR

PRÓ-REITORIA DE PESQUISA, PÓS-GRADUAÇÃO E INOVAÇÃO – PROPEI

PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS

MESTRADO PROFISSIONAL

PPGEC

PRODUTO EDUCACIONAL

SEQUENCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE MULTIPLICAÇÃO NO 5° ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

SUYANNE RODRIGUES ALVES LARANJEIRA (AUTORA)

ROSSITER AMBRÓSIO DOS SANTOS(ORIENTADOR)

Boa Vista – RR

Ano 2019

SUYANNE RODRIGUES ALVES LARANJEIRA (AUTORA)
ROSSITER AMBRÓSIO DOS SANTOS(ORIENTADOR)

PRODUTO EDUCACIONAL

SEQUENCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE MULTIPLICAÇÃO NO 5° ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Boa Vista – RR

Ano 2019

APRESENTAÇÃO

Tendo em vista a proposta de elaboração de um produto educacional, este, apresenta uma sequência didática como o seu produto educacional.

O produto é uma aplicação da teoria dos Campos Conceituais com enfoque nas estruturas multiplicativas conforme trabalhadas no 5º ano.

Nesta proposta, a abordagem de ensino utiliza a resolução de problemas como metodologia de trabalho e investigação, tendo a teoria dos campos conceituais como modelo cognitivo, considerando que esta teoria é adequada ao ensino de matemática, favorecendo a organização do ensino e a aprendizagem desse componente curricular, nas séries iniciais do Ensino Fundamental.

A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO ENSINO DA MATEMÁTICA

Ao estudar matemática na escola percebe-se que ela está presente em mais diversificadas situações, que nos possibilitam interpretar e resolver problemas do nosso cotidiano. Entretanto interpretar e resolver problemas são duas ideias paralelas consistentes, porém difíceis de compreender, pois cada indivíduo procura resolver seus problemas muita das vezes a partir de suas próprias experiências ou copiando as ideias propostas para a solução de outros.

Considerando inicialmente o conceito de problema, vale a pergunta: O que é um problema? Vários autores como, (PALHARES, 2004), (DANTE,1982), (PÓLYA, 1980) explicam do que se trata um problema. Palhares (2004, p.12), diz que "um problema é uma situação para qual [...] se dispõe de procedimentos que nos permite determinar a solução." Para Dante (apud LESTER,1982) o problema "é uma situação que um indivíduo ou grupo quer ou precisa resolver e para qual não se dispõe um caminho rápido e direto que o leve à solução."

Segundo Pólya (1980, p. 32) "ter um problema significa procurar conscientemente alguma ação apropriada para atingir um objetivo claramente definido, mas não imediatamente atingível." Nos PCNs (Brasil 1997), encontra-se que o aluno somente consegue resolver problemas desde que ele: "Elabore um ou vários procedimentos de resolução, compare seus resultados com outros alunos e valide seus procedimentos" (PCNS, 2001, p.44).

Nestas propostas exercícios repetitivos devem ser deixados de lado (enunciados do tipo "arme e efetue", "resolva as contas" etc.), e propõe-se ao aluno resolver problemas através de variadas possíveis soluções.

De acordo com Brito (2010, p.18) "a solução de problemas refere-se a uma atividade mental superior ou de alto nível e envolve o uso de conceitos e princípios necessários para atingir a solução."

Segundo Palhares et al. (2001, p.11) uma definição para resolução de problemas consiste em "um processo através do qual o indivíduo ou o grupo de indivíduos identifica e descobre meios eficazes para resolver conflitos com os quais se confrontam no dia-a-dia."

Aqui vale destacar que com base na teoria dos campos conceituais, aqueles alunos que possui maior domínio conceitual, saberão identificar mais facilmente os conceitos embutidos na base do problema proposto e descobriram mais rapidamente o caminho da solução para o problema proposto.

Um fator importante nessa abordagem, são as etapas do pensamento dentro da estrutura cognitiva para solucionar o problema. Vários autores Como Dewey (1910), Pólya (1978), Gagné (1983), Mayer (1992) descrevem e adaptam essas etapas como referência de como o pensamento pode ser organizado para resolver um problema. Porém, o sucesso de cada etapa dessa organização de etapas mentais depende do domínio de conhecimento dos conceitos evocados pelo problema apresentado.

Na tabela abaixo relacionam-se as principais ideias obres as etapas de solução de um problema.

Tabela 2 – proposições de etapas do processo de resolução de problemas

Ano	Autor	Conhecimentos Necessários
1910	DEWEY	• Reconhecimento de um problema; • Análise e percepção do problema; • Hipótese e formulação de soluções; • Raciocinar sobre o problema; • Verificação ou testagem da solução;
1978	PÓLYA	• Compreender o problema; • Conceber um plano; • Executar o plano; • Verificar a solução;
1983	GAGNÉ	• Traduzir o problema para uma expressão matemática; • Executar uma operação que modifique a expressão; • Validar a solução;
1992	MAYER	• Compreensão do enunciado; • Conhecimento do esquema; • Conhecimento algorítmico; • Conhecimento estratégico
ATUALMENTE	IDEIAS GERAIS	• Representacão; • Planejamento; • Execução • Monitoramento;

Fonte: (BRITO, 2010, p. 23-26) Adaptação: autora.

Assim sendo, a tabela 1 destaca que os autores citados utilizam basicamente das mesmas etapas de conhecimentos necessários para resolver problema. Alguns utilizam termos com mais profundidade e outros somente com as ideias essenciais. Portanto, isso implica que a maneira de enfrentar o problema sempre é a mesma, não muda, o que muda é a situação que exige domínio específico em cada problema distinto.

TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS - PRIMEIRAS APROXIMAÇÕES

A relevância da Teoria dos Campos Conceituais para os processos de ensino e de aprendizagem, é que ela permite que os professores localizem dentro de um dado campo conceitual as dificuldades dos estudantes de modo mais técnico, além de fornecer princípios e um quadro coerente para o estudo do desenvolvimento e da aprendizagem de competências complexas, tal como o processo de conceitualização (VERGNAUD, 1996).

Vergnaud (1990; 1996) afirma que no decorrer do tempo, decorrente do uso de uma variedade de situações, os conceitos matemáticos são delineados tanto no âmbito da sala de aula, como no cotidiano dos estudantes. Por esta razão, geralmente, cada situação não pode ser analisada a partir de apenas um conceito, sendo ideal que o professor analise a partir de um campo de conceitos interligados na base da situação.

Isso implica no entendimento de que por mais simples que seja uma situação, ela envolve mais de um conceito e, um conceito não pode ter significado a partir de uma única situação. Desse modo, a formação do conhecimento acontece a partir de um conjunto de situações e conceitos, os quais Vergnaud (1990; 1996) denomina de campos conceituais.

Vergnaud (1990; 1996) defini um campo conceitual como um conjunto informal e heterogêneo de problemas, situações, conceitos, relações, estruturas, conteúdos e operações de pensamento, conectados uns aos outros e, provavelmente, entrelaçados durante o processo de aquisição. Em cada campo conceitual existe uma variedade de situações, de modo que o conhecimento está organizado em campos conceituais cujo domínio pelo estudante demanda um longo período de tempo, por meio de sua experiência, maturidade e aprendizagem.

Como sugestão, há um consenso de que estudar um campo conceitual gera maior ganho do que estudar um conceito isoladamente, essa sugestão se justifica pelo fato de que em qualquer situação-problema nunca um conceito aparece isolado. Além disso, boa parte do conhecimento dos estudantes decorre das primeiras situações que eles conseguem dar conta ou das experiências vivenciadas durante as tentativas em modificá-las.

Isso implica dizer que, ao se deparar com uma nova situação, o estudante mobiliza seus conhecimentos adquiridos a partir de experiências em situações anteriores e tentam adaptá-los à nova situação.

Como dito anteriormente. Há uma relação de reciprocidade entre conceito e situação, ou seja, um conceito remete a muitas situações e uma situação remete a muitos conceitos. Vergnaud (1996), discorre que um conceito adquire sentido para os estudantes quando é abordado em situações-problema com crescente complexidade. São as situações que dão sentido aos conceitos, entretanto, é necessário que o estudante as perceba como situações-problema. Da mesma forma, o professor precisa ter clareza dos conceitos que ele deseja que o aluno construa ao elaborar situações-problema.

Portanto, a vantagem em trabalhar com a Teoria dos Campos Conceituais consiste na possibilidade que ela oferece em encontrar elementos que contribuem na análise das dificuldades dos alunos, além de constituir uma ferramenta poderosa para a formulação de situações-problema (CAMPOS, et al, 2007).

A TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS

Trata-se de uma teoria cognitivista neopiagetiana, cujo objeto de interesse é o conhecimento como componente essencial da aprendizagem. A teoria dos campos conceituais tem o objetivo de esclarecer de modo coerente alguns princípios base para o estudo do desenvolvimento e da aprendizagem de competências complexas, notadamente daquelas relevando das ciências e das técnicas de ensino, de modo mais aproximado, da aprendizagem matemática (Vergnaud, 1990).

Vergnaud estrutura a sua teoria com base em alguns princípios que são direcionadores de seus estudos, tais como: **campo conceitual**, **conceito**, **situação** e **esquema**.

O autor explica que **Campo Conceitual** é, ao mesmo tempo, um conjunto de **situações** e um conjunto de **conceitos**. O conjunto de situações cujo domínio progressivo demanda uma variedade de conceitos, de esquemas e de representações simbólicas em estreita conexão e, consequentemente, o conjunto de conceitos que contribuem com o domínio dessas situações.

Vergnaud considera que não é fácil e nem rápido para que ocorra o domínio de um campo conceitual, segundo o autor, o domínio de um campo conceitual as vezes dura a vida toda, e nesse caso existem duas condições que ele chama de ideias principais, que são a **Variedade** de situações e a **História** de vida do indivíduo dentro e fora da escola, bem como, a história (epistemologia) do próprio conceito em si mesmo.

Com relação a primeira condição – existe uma grande **variedade** de situações em um campo conceitual dado, e as variáveis de situação constituem um meio para gerar, de modo sistemático, o conjunto de classes de situações. No que diz respeito à **História** – os conhecimentos dos alunos são elaborados pelas situações que eles enfrentaram e dominaram progressivamente, sobretudo pelas primeiras situações em que esses conhecimentos foram constituídos.

No caso das variedades, Verganaud discorre que as situações podem ser distinguidas em dois “tipos”, isto é: 1°) O sujeito dispõe de competências necessárias ao tratamento imediato da situação (conduta automatizada, esquema único), 2°) O sujeito não dispõe de todas as competências necessárias, o que o obriga a um tempo de reflexão, de exploração e de hesitação que o levará talvez ao êxito (uso sucessivo de vários esquemas que podem entrar em competição).

Portanto, a operacionalidade de um conceito deve ser testada através de situações variadas e o pesquisador deve analisar uma grande variedade de condutas e esquemas para compreender em que consiste, do ponto de vista cognitivo, um determinado conceito.

O Conceito na TCC

Para Vergnaud a construção de um conceito envolve uma terna de conjuntos simbolizado por Vergnaud pela sigla (S I R), ou seja, a letra "**S**" representar um conjunto de situações, que dá significado ao objeto em questão; a letra "**I**" indica um conjunto de invariantes que trata das propriedades e procedimentos necessários para definir esse objeto; no caso da letra "**R**", é usada para representar um conjunto de representações simbólicas, as quais permitem relacionar o significado desse objeto com as suas propriedades.

Esta relação de significados envolve um conjunto das formas de linguagem que permitem representar simbolicamente o conceito, suas propriedades, as situações e os procedimentos de tratamento. Consequentemente compreende-se um conceito pela seguinte forma de representação por meio da seguinte linguagem C = (S, I, L), onde: **S**: conjunto de **situações** que dão sentido ao conceito (a referência); **I**: conjunto de **invariantes** sobre os quais repousa a operacionalidade dos esquemas (o significado); **L**, conjunto das **formas de linguagem** que permitem representar simbolicamente o conceito, suas propriedades, as situações e os procedimentos de tratamento (o significante).

A importância desta relação para a avaliação da aprendizagem dos conceitos matemáticos, é de acordo com Vergnaud, o fato de que a análise das tarefas matemáticas e o estudo da conduta do aluno, quando confrontado durante essas tarefas, que nos permitem analisar sua competência. Ou seja: Linguagem natural, esquemas e diagramas, sentenças e formais, etc.

A linguagem, pode ser avaliada por três aspectos: (a) análise do acerto e erro, sendo considerado competente aquele que acerta; (b) análise do tipo de estratégia utilizada, podendo alguém ser mais competente que outro, porque sua resolução foi mais econômica ou mais rápida, ou ainda, mais elegante; e (c) análise da capacidade de escolher o melhor método para resolver um problema dentro de uma situação particular.

Com relação aos acertos, orienta-se que o professor busque entender quais foram os meios utilizados pelo seu aluno para realizar a tarefa solicitada, já que o aluno pode utilizar diferentes caminhos para produzir uma resposta correta, mesmo que esta inclua exercícios que não aceitem mais do que uma resposta certa. A respeito dos erros, a necessidade de analisá-los é evidente, pois somente esta análise permitirá que o professor conheça as dificuldades enfrentadas por seus alunos e os meios para remediar a situação.

Sendo assim, uma consequência direta da Teoria dos Campos Conceituais, é a herança do passado e preparação para o futuro. Ou seja, ensinar pressupõe um claro entendimento das atuais competências e concepções do aluno, de suas competências quando ele era mais jovem e das competências que ele precisará ter quando for mais velho.

Função da linguagem, da comunicação e do esquema na TCC

De acordo com a Teoria dos campos conceituais, a linguagem tem função determinante nas tarefas de estudo da matemática. Auxilia designar as ações, as tarefas e os problemas, identificando os invariantes (objetos, propriedades, relações, teoremas). Além disso, a linguagem favorece o raciocínio lógico e a inferência, ajudando na antecipação dos efeitos e dos objetivos, condicionando o planejamento e o controle da ação.

A comunicação por sua vez, tem função condicionante na representação é ajudando na elaboração do pensamento e na organização da ação. Bem como na organização invariante da atividade para uma classe de situações dadas.

Os esquemas são significantes, tem função de sustentáculo para as competências, são organizadores da conduta durante uma tarefa ou atividade individual. Esse entendimento ajuda explicar porque quando utilizamos um esquema ineficaz para uma certa situação, a experiência nos conduz a mudar de esquema ou a modificar o esquema. Nesse caso, Vergnaud admite as ideias de Piaget que defendia que os esquemas estão no centro do processo de adaptação das estruturas cognitivas, relacionando ações mentais, do tipo assimilação e acomodação.

Pode-se analisar, por exemplo, no esquema da enumeração: - Se uma criança quer contar o número de pessoas em uma sala (objetos e uma mesa) ela realizará no mínimo duas ações:

1) uma coordenação dos movimentos dos olhos e dos gestos do dedo e da mão com relação à posição dos objetos;

2) um enunciado coordenado da sequência numérica; 3) uma cardinalização do conjunto contado com repetição ou com entonação mais forte do último número pronunciado.

Isso mostra que o esquema é composto de regras em ação, antecipações, inferências e o invariantes operatórios pois eles geram uma sequência de ações visando atingir um certo objetivo.

Além disso, verifica-se que um esquema atua sempre sobre uma conceitualização implícita. Ou seja, para efetuar uma adição, fazemos as somas dos números das colunas, começamos pelas unidades, depois as dezenas... se a soma é superior a 10, “vai um”, etc. Todas estas regras são utilizadas, mas não de forma explicita, mas sim, implícitas.

De modo consequente, verifica-se que é em termos de esquema que deve-se avaliar o estudante na escolha das boas operações e dos bons dados para resolver um problema para o qual existem várias possibilidades de escolha.

Sobre Invariantes operatórios – Vergnaud refere-se aos conceitos em ação e teoremas em ação (são os conhecimentos contidos nos esquemas). Nesse sentido, verifica-se que o funcionamento cognitivo do sujeito ou de um grupo de sujeitos em situação repousa sobre o repertório de esquemas disponíveis, anteriormente formados, de cada um dos sujeitos considerados individualmente. Ao mesmo tempo que cada um dos sujeitos descobrem novos aspectos, e eventualmente novos esquemas, em situação.

Neste caso, é possível afirmar que o esquema representa a totalidade dinâmica organizadora da ação do sujeito para uma classe de situações específicas, é, portanto, um conceito fundamental da psicologia cognitiva e da didática.

Conforme Vergnaud, uma vez compreendido a função do esquema, compreende-se que o mesmo ocorre a partir e por meio das Invariantes operatórios (conceitos em ação e teoremas em ação), podendo essa ação do sujeito ser, a antecipações do objetivo a atingir, ou de, efeitos a esperar.

De modo geral, conforme a TCC, a aquisição do conhecimento ocorre por meio de situações e problemas com os quais o aluno tem alguma familiaridade, o que implica em dizer que a origem do conhecimento tem características históricas e locais. Ou seja, o conhecimento dos estudantes tanto pode ser explícito, no sentido de que eles podem expressá-lo de forma simbólica, quanto implícito, no sentido de que os estudantes podem usá-lo na sua ação, escolhendo operações adequadas, sem contudo conseguirem expressar as razões dessa adequação.

Vergnaud (1994) é enfático ao afirmar que é função do professor identificar quais conhecimentos seus alunos tem explicitamente e quais os que eles usam corretamente, mas não os desenvolveu a ponto de serem explícitos. Esse é um cenário complexo de ser montado.

SOBRE O CONCEITO DE MULTIPLICAÇÃO

Os conceitos multiplicativos são muito bem delineados por vários autores, como CARAÇA (1952), D`AUGUSTINE(1970), FONSECA(1997), LOPES (2005), SHOKRANIAN (2008) e VERGNAUD (1993-1996).

Caraça (1952, p. 62) já retratara a multiplicação, como uma das operações fundamentais da aritmética e que pode ser definida, [...], como uma soma de parcelas iguais, e composta por três termos:

> [...] O multiplicando, que exerce o fator passivo uma vez que representa a parcela que se repete, o multiplicador, que exerce um papel ativo, indicando quantas vezes o multiplicando aparece como parcela, ou seja, se repete. E o produto, que é o resultado da multiplicação. Multiplicando e multiplicador são chamados de fatores na multiplicação. (CARAÇA, 2010, p.62).

De acordo com D`Augustine (1970, p.94), “os livro de matemática utilizam três definições de multiplicação, baseando-se nos conjuntos, nas diferentes maneiras de dispor os elementos dos conjuntos e no **produto cruzado**” (grifo do autor).

> [...], usando a definição que se baseia nos conjuntos, é apresentado a criança três conjuntos distintos, cada um contendo dois objetos, em seguida seria pedido que a criança determine o numero de elementos dos três conjuntos, pode-se fazer a união dos conjuntos, e o numero obtido será o 6, designado pelo produto 3 e 2. [...], usando a definição que se baseia nas diferentes maneiras de disposições de elementos do conjunto, a criança seria apresentada ao exemplo de três fileiras de pontos com dois pontos em cada fileiras, o aluno seria levado a determinar a propriedade numérica do conjunto assim disposto, obtido por 6, com o produto 3 e 2. [...], o produto cruzado e descrito como uma situação natural de formar pares entre os elementos de dois conjuntos.” (D`AUGUSTINE, 1970, p.95-96).

Essas três possibilidades de apresentar o princípio multiplicativo, demonstra o grau de complexidade que os estudantes enfrentam quando o processo de aquisição dessas estruturas.

Segundo Fonseca (1997, p.51), “a multiplicação remete a ideia de adição de parcelas iguais e raciocínio combinatório.” Este mesmo pensamento é definido por Lopes (2005, p.51) ao dizer que “a multiplicação nada mais é que adicionar uma quantidade de parcelas iguais, trata-se tão somente de uma convenção, de um símbolo para que a notação possa ser simplificada”.

Embora a ideia de Fonseca (1997) pareça intentar simplificar o grau de complexidade, Shokranian (2008, p.11) numa perspectiva mais algébrica, apresenta uma contrapartida e demonstra que a multiplicação consiste ainda numa aplicação da divisão, pois na matemática contemporânea a divisão é escrita na forma $a/b=c$, sendo o $b\neq0$, assim temos a garantia na escrita multiplicativa que $a=bc$.

Estes conceitos são considerados primitivos no ensino da multiplicação, no entanto, são utilizados até os dias atuais, e os mais apresentados aos alunos pelo professor, através da aula expositiva, e durante a utilização do livro didático.

A análise crítica da ação pedagógica nas salas de aula contemporânea revela que a abordagem do ensino de multiplicação inicia-se com a apresentação dos primeiros conceitos de produto e fatores aos alunos, e segue então com a explicação das suas operações e propriedades: elemento neutro, comutativa, associativa e distributiva.

Com relação às propriedades, D`Augustine (1970, p.100 -104), defende que a propriedade de elemento neutro, na multiplicação, deve ser ensinada a criança estruturando-se várias situações de aprendizagem em que um dos fatores seja um. Logo, descobri-se que 1 x n = n x 1 = n. [...], isso implica que a propriedade comutativa baseia-se no fato de que a x b = b x a. [...]. Cada propriedade evoca nova situações de aprendizagem, no caso da propriedade associativa, a mesma é descrita pela notação (a x b) x c = a x (b x c), ao passo que [...] A propriedade distributiva é definida pela notação a x (b + c) = (a x b) + (a x c). A distributiva é uma das propriedades estruturais de maior aplicação. Esta afirmação se justifica no fato de que ela permite flexibilidade no ensino dos fatores e desempenha papel importante no ensino do algoritmo.

No contexto da aprendizagem, os pressupostos acima mostram a complexidade dos diversos conceitos da multiplicação. Isso implica que é importante também, compreender o esquema feito pelo aluno, para aprender os conceitos de multiplicação de forma significativamente.

Carvalho (1994, p. 89) destaca que Vergnaud (1993) explicita muito bem essas concepções especificas da matemática em sua teoria de aprendizagem. O mesmo propaga uma ideia referente à aquisição de conceitos desenvolvidos pela criança em sua teoria dos Campos Conceituais -TCC, e define-a “como um conjunto de problemas e situações cujo tratamento requer conceitos, procedimentos e representações de tipos diferentes, mas intimamente relacionados”.

As formações de conceitos durante o processo de aquisição de conhecimentos tornam-se significativos a partir de uma determinada tentativa de resolver uma situação. Assim, Vergnaud (1996), determina que para compreender essas ocorrências são necessárias três ideias básicas: a situação, as invariantes operatórias e as representações simbólicas (C= S> I> R>).

> **S** – Situações - é um conjunto de situações que dão sentido aos conceitos;
> **I** - Invariantes – cada classe de situações, para ser tratada, requer operações de pensamentos precisas, fato esse que é necessário analisar em detalhes. Essas operações baseiam-se sempre no reconhecimento de invariantes, quer se trate de extrair uma propriedade, uma relação, ou conjunto de relações, ou seja, transforma

> determinada situação em modelo, quer se trate de lhe aplicar um teorema verdadeiro, não necessariamente explicito;
> **R** - Representações simbólicas – Existem diferentes representações simbólicas possíveis que ajudam os alunos compreender as relações em situações problematizadas. Certas explicações são evidentemente uteis ou indispensáveis para que se tornem os elementos pertinentes a situação (VERGNAUD apud CARVALHO,1994, p.89).

Nesse contexto, pode-se dizer que esse tripleto (S – R - I), são entendidos por Vergnaud (apud Moreira, 2011, p.210), pelas seguintes notações: “as situações são o *referente,* dos conceitos, as invariantes operatórias são o *significado* e as representações são o *significante”*. As ideias destas situações são importantes para entender que operação o aluno deve usar na resolução de problema.

Na teoria dos campos conceituais as estruturas aditivas e o das estruturas multiplicativas são campos distintos que se inter-relacionam, isto é; o campo aditivo inter-relaciona-se com a estrutura multiplicativa em alguns aspectos. Essas especificidades, de cada campo, no entanto podem ser dissociadas.

O campo multiplicativo consiste de todas as situações cujo tratamento implica uma ou várias multiplicações ou divisões, e o conjunto de conceitos e teoremas que permitem analisar essas situações: proporção simples e múltipla, função linear e não linear razão escalar direta e inversa, quociente e produto de dimensões combinação linear e aplicação linear, fração, razão, número racional, múltiplos e divisores (VERGNAUD apud JUCÁ, 2014, p.95).

Desse modo percebe-se que ao estudar o campo multiplicativo é notório entender a multiplicação e a divisão como operações inversas. Ele, ainda defende que estas devem ser estudadas concomitantemente, pois cada tentativa de solucionar um problema depende da descoberta da operação utilizada.

Segundo Vergnaud, (apud Starepravo, 2010, p.72) ao indicar o estudo das estruturas multiplicativas, “estas se dividem em três subgrupos de diferentes problemas aritméticos de multiplicação e divisão que são: a) isomorfismo de medidas, b) produto de medidas e c) proporção múltipla”. A tabela 2, a seguir, esclarecerá esses três subgrupos do campo multiplicativo para a resolução de situações diversificadas, a partir das ideias de multiplicação:

Tabela 3 – Subgrupos da estrutura multiplicativa.

SUBGRUPO	OPERAÇÃO	CARACTERÍSTICAS	EXEMPLO
Isomorfismo de Medidas	Multiplicação	Problemas de proporção simples entre duas grandezas;	Comprei um pacote de bombons com 48 unidades. Se comprasse 5 pacotes, quantos bombons teria?
Produto de Medidas	Multiplicação	São dadas duas medidas elementares e se pede o produto dessas medidas;	Qual é a área de um terreno que mede 3m de largura e 6 de comprimento?
Proporção Múltipla	Multiplicação	Todos os procedimentos são multiplicativos;	Uma família de 12 pessoas quer passar 10 dias de férias num acampamento particular. A despesa diária, por pessoa é de R$50,00. Quanto a família gastará nas suas férias?

Fonte: Adaptação da autora a partir de Jucá[1] (2014, p. 106-111).

A contribuição dessa compreensão sobre cada uma dessas classes de problema, determinado por um subgrupo das estruturas multiplicativas, ajuda o professor identificar as dificuldades dos estudantes em apresentar uma evidente solução a partir de uma operação especifica ou de outras operações fundamentais interdependentes. Por outro lado, essa compreensão favorece uma abordagem de ensino mais coerente com o nível de habilidade dos estudantes, além de condicionar uma avaliação mais adequada.

FUNDAMENTOS DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA (SD)

A partir de uma visão materialista e dialética da complexidade do processo de ensino e aprendizagem, Mendoza (2009), defende que toda prática de ensino para ser bem qualificada, precisa ser fundamentada em uma metodologia de ensino e em pelo menos uma teoria de aprendizagem. Seguindo esta orientação, esta proposta que se apresenta neste trabalho se estabelece com base na teoria dos campos conceituais e utiliza como método de ensino a resolução de problema.

---

[1] Disponível em:http://www.ufmt.br/ufmt/unidade/userfiles/publicacoes/2362e354dc9eecd465fa0fad311a8bf1.pdf (acessado em 19/01/2018, as 13:33)

Do ponto de vista pedagógico do ensino de matemática, este trabalho utiliza as ideias de Zabala (1998) que coadunam com Mendoza (2009) para a organização e elaboração do produto educacional proposto e, que nada mais é do que uma sequência didática com enfoque no campo multiplicativo.

Com relação ao planejamento, há consenso que o mesmo precisa ser sistematizado, flexível e adequado conforme o nível de conhecimento da turma. De acordo com Zabala (1998), uma forma de sistematizar um plano é a elaboração de uma Sequência Didática (SD) que consiste em uma estratégia de ensino que segue um determinado período de tempo para o processo de aprendizagem.

Para Zabala (1998) uma SD consiste em “um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas, articuladas para a realização de certos objetivos educacionais e que tem um princípio e um fim conhecidos tanto pelo professor como pelos alunos.”

Consequentemente, Leal (s/d)[2] complementa a ideia de como estruturar uma Sequência Didática. A mesma precisa ser “flexível, e composta por tema, objetivo, justificativa, conteúdo, ano de escolaridade, tempo estimado, material necessário, desenvolvimento, metodologia e avaliação, além de outros que surjam”. Para ilustrar esta sugestão, o quadro 2 apresenta a ideia da autora que sugere um modelo simples de uma SD, baseado nas suas afirmações sobre o que precisa para ela, constar numa SD.

Quadro 1. Modelo de estrutura da SD.

Sequência didática	
Escola	
Ano:	Turma:
Professor(a)	
Tema	
Justificativa	
Conteúdo	

2 Disponível em: http://www.ifrj.edu.br/webfm_send/5416, acessado: 15/01/2018

Objetivo	
Material necessário:	
Desenvolvimento (metodologia)	
Avaliação:	

Fonte Adaptação da autora.: Disponível em: http://www.ifrj.edu.br/webfm_send/5416, acessado: 15/01/2018

Verifica-se que o quadro acima demonstra claramente que por meio da SD, o professor poderá elaborar seu plano ação determinando o passo a passo de sua aula e de cada um de seus procedimentos. Ele segue a maioria dos elementos da sequência, porém, este é bem mais detalhado, conforme o exemplo acima:

Este trabalho propõe especificamente, uma SD para a resolução de problemas que pertencem à estrutura multiplicativa próprio do currículo do 5° Ano fundamental. Como se trata de um processo de ensino e aprendizagem, primeiro será planejada a ação do professor e o material ensino e, em seguida a dinâmica da aula que passa pela ação do estudante.

O planejamento da ação e do material de ensino será conduzida com referência na Teoria dos campos conceituais, pelo fato desta teoria favorecer o mapeamento do conteúdo permitindo ao professor a tomada de decisão, com relação de onde iniciar o processo de ensino e quais o tipo de material mais adequado ao aluno.

O planejamento da ação dos estudantes com vista no protagonismo da aprendizagem deles próprios, será baseado nos procedimentos de resolução de problemas de acordo com Pólya (1999) e, conforme registrado no marco referencial teórico deste trabalho. Cada uma das etapas da SD será apresentada de modo fundamentado para que o leitor tenha uma ampla compreensão dos significados de cada uma dessas etapas, bem como, do conjunto de todas elas.

PROPOSTA DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Seguindo o pressuposto acima, nesta sequência é apresentado a sequência didática do produto educacional.

Tema: O tópico escolhido, conforme já foi mencionado, foi as estruturas multiplicativas, proposta constante no currículo do 5° Ano do Ensino Fundamental.

Justificativa: O estudo do conceito de multiplicação, bem como da estrutura multiplicativa é de extrema importância para nossos alunos e sua aplicabilidade, conforme avançam para as séries posteriores, tornou-se cada vez mais preciso, para o tratamento e compreensão dos demais conteúdos tanto em matemática como nas áreas a fins onde surgem cálculos envolvendo o princípio multiplicativo. Ou seja, trata-se de um conceito base para outros conceitos, de um conhecimento base para outros conhecimentos da matemática e demais componentes a fins, como a física, a química e outras mais.

Conteúdos: De acordo com Vegnaud (1996), o conhecimento matemático está estruturado em campos de conhecimento e por esta razão não tem sentido organizar o processo de ensino a partir de conteúdo e sim por meio de conceitos e campos de conceitos.

Por esta razão, primeiramente foi elaboração o campo conceitual da multiplicação e em seguida foi definição do ponto de partida e do ponto de chegada da sequencias didática. A elaboração do campo conceitual da multiplicação (ver apêndice), também foi referencial para a definição da quantidade de horas aulas, quantidade de problemas, bem como o tipo e categoria de cada um dos problemas apresentados aos estudantes.

Objetivo: O objetivo desses instrumentos foi o de aplicar a teoria dos campos conceituais através de procedimentos de ensino por meio de problema referentes às estruturas multiplicativas, analisando a possibilidade de uma abordagem de ensino a partir de uma estrutura conceitual.

Neste contexto, apresentamos neste produto, quatro instrumentos de ensino abordando diferentes grupos de problemas de acordo com a categorização de Vergnaud(2009), em relação ao campo conceitual das estruturas multiplicativas. Esperamos que esse material possa propiciar reflexões a respeito das facilidades e dificuldades enfrentados pelos alunos na resolução de problemas de estruturas multiplicativas.

Tempo estimado: 6 h – aulas. De acordo com o cronograma:

CRONOGRAMA DE ATIVIDADES	
Tempo	**Objetivo procedimental**
1h	Nivelamento da tabuada
4 h	Resolução de problemas
1 h	Avaliação e culminância

Observa-se que o domínio da tabuada é condição para atividades envolvendo as quatro operações, por esta razão o primeiro momento deve-se dedicar atenção ao domínio da tabuada e em seguida mobilizar os estudantes para as atividades de resolução de problemas.

Material Necessário. No ensino de matemática través de problemas, o material utilizado é essencialmente o problema pré-elaborado pelo professor. Nesse caso entende-se por problemas “uma tarefa escolar fechada que possui um nível elevado de dificuldades” (Ponte 2003, p. 5).

Nesse sentido o professor deve motivar o estudante para que o mesmo se sinta compelido e deseje resolver o problema proposto. De acordo com Onuchic (1999), um problema se estabelece quando o estudante deseja resolver uma situação que não sabe como resolver, mas que deseja resolver. Implica entender que um problema para ser considerado um problema, primeiramente precisa ser legitimado pelo estudante.

A elaboração dos problemas, é outro ponto de atenção nessas sequencia didática. De acordo com Vergnaud (2009) três categorias de problemas são presentes nas estruturas multiplicativas. Estas três ficam aqui registradas como referencial para a elaboração do material didático utilizado nessa sequência didática. Pois eles formam a base do campo conceitual das estruturas multiplicativas e, portanto, determinam a natureza qualitativa e quantitativa do material elaborado para esta sequência.

Tabela 4 – **Subgrupos da estrutura multiplicativa**.

SUBGRUPO	CARACTERÍSTICAS	EXEMPLO
Isomorfismo de Medidas	Problemas de proporção simples entre duas grandezas;	Comprei um pacote de bombons com 48 unidades. Se comprasse 5 pacotes, quantos bombons teria?
Produto de Medidas	São dadas duas medidas elementares e se pede o produto dessas medidas;	Qual é a área de um terreno que mede 3m de largura e 6 de comprimento?
Proporção Múltipla	Todos os procedimentos são multiplicativos;	Uma família de 12 pessoas quer passar 10 dias de férias num acampamento particular. A despesa diária, por pessoa é de R$50,00. Quanto a família gastará nas suas férias?

Fonte: Adaptação da autora a partir de Jucá[3] (2014, p. 106-111).

De acordo com a tabela 4, foi elaborado o material didático da sequência que consistem em um manual do estudante contendo 3 (três) lista de problemas classificados elaborados com base na classificação apresentada em Vergnaud (2009).

Metodologia. No aspecto metodológico, é importante que se divida as orientações em duas dimensões. Isto é: Docente e Discente, que durante o processo de ensino e aprendizagem se conduzem concomitantemente e ao mesmo tempo de modo separado. Na dimensão docente, a metodologia seguia consiste em um roteiro de ensino proposto em Onuchic (2002) que consiste em quatro etapas de ações, de acordo com a tabela 5 a seguir:

Tabela 5. Quadro procedimental docente

N°	Procedimento	Objetivo
1	Entrega do problema	Início das atividades
2	Resolução individual	Envolvimento individual

[3] Disponível em:http://www.ufmt.br/ufmt/unidade/userfiles/publicacoes/2362e354dc9eecd465fa0fad311a8bf1.pdf (acessado em 19/01/2018, as 13:33)

3	Resolução interativa	Interação e troca de ideias (Trabalho em grupo)
4	Apresentação da resposta	Avaliação / somativa

Fonte: Adaptação da Autora a partir de Onuchic (1999).

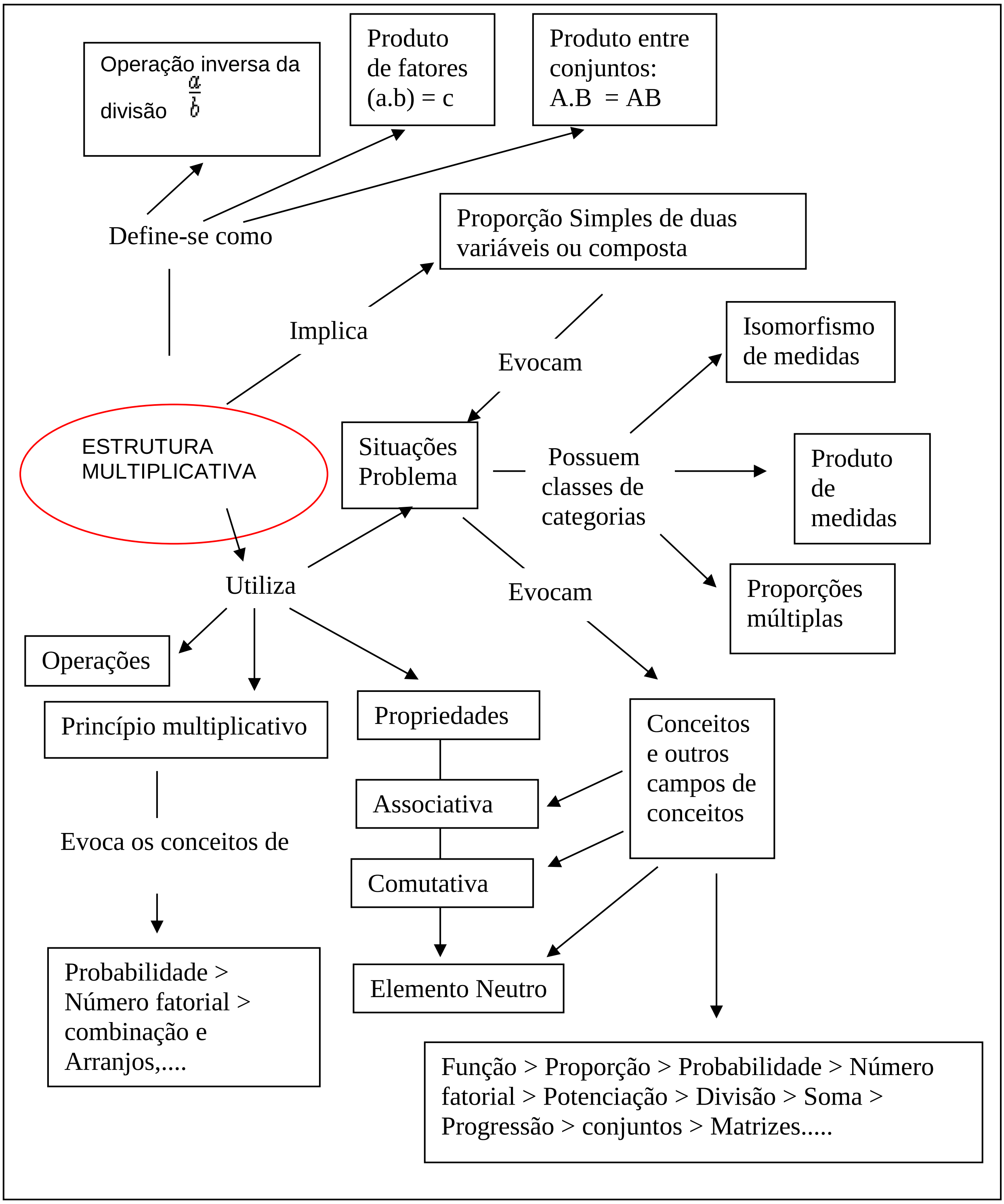
A tabela 5 apresenta detalhadamente a ação e os procedimentos do professor que durante as ações 2 e 3 deve assumir a postura de mediador procurando manter a ordem e o domínio da turma.

Os procedimento referentes ao trabalho e controle dos estudantes são estabelecidos com base em Polya (1945) que consiste em (compreender o problema, desenvolver um plano, implementar o plano e avaliar a solução). Para orientar os estudantes quanto a esse procedimento, foi criado um guia de estudo para o estudante, no qual é utilizado a técnica de perguntas chaves para o direcionamento dos estudantes em cada uma dessas quatro ações (ver Apêndices).

Avaliação. Conforme (BARBOSA et al. 2013, p. 24), no método de ensino baseado em resolução de problemas, o aluno é conduzido a "Aprender a resolver e resolver para aprender"; sempre mobilizado para a solução de um problema. Nesse sentido, o instrumento de avaliação dessa sequência didática é a próprio material de ensino, isto é; a lista de problemas programado para as três aulas que podem ser reprogramadas conforme a necessidades dos protagonistas. A proposta é que o estudante produza o seu conhecimento de forma autônoma e por meio da interação entre pensar e agir. Considera-se ainda que a avaliação seja mais completa por propiciar o alcance de outros pilares do saber além do domínio de conceitos, que são aprendizagem de conceitos, atitudes e procedimentos.

Os critérios de avaliação podem ser de acordo com a TCC, as representações de acerto e erro dos respondentes (estudantes) do problema. De acordo com Vergnaud os esquemas registrados pelos estudantes devem mediar o juízo valor sobre os rendimentos e qualificação na aprendizagem dos mesmos. Para auxiliar o professor no processo de avaliação durante a sequência, recorremos às memórias das experiências em sala de aula com estudantes de matemática do 5° ano e apresentamos com base nessa experiência, alguns indicadores de avaliação que podem auxiliar o professor que poderá adotá-los como protocolo de avaliação. Para não poluir de informações esta sessão, estes indicadores estão reunidos nos apêndices da sequência didática.

MAPA CONCEITUAL: ESTRUTURAS MULTIPLICATIVAS



Fonte: Adaptação da autora

⬭ = Conceito Principal; □ = conceitos Secundários; ▭ = conceitos terciários

PROPOSTA DE UM MANUAL DO ESTUDANTE.

MANUAL DO ESTUDANTE

Escola: ____ Data:__________

Nome: ____

Ano/Turma: _____________________ Turno: _______________________________

Caro Estudante,

As tarefas que você está recebendo foram elaboradas para ajudar você desenvolver domínio no campo da multiplicação, para que a sua aprendizagem seja construída como parte de sua vida cotidiana e do mundo ao seu redor, as tarefas estão contextualizadas com questões reais do nosso dia – à - dia. Assim, você encontrará diferentes situações-problema envolvendo o princípio da multiplicação que deverão ser resolvidos conforme as orientações contidas e de acordo com a dinâmica do professor (a). Bons estudos! Aproveite suas aulas de Matemática, fazendo delas um espaço de investigação e construção de conhecimento, sempre auxiliado pelo seu professor(a).

Tarefa 1. Em uma festa de aniversário na sala de aula, cada aluno levou 3 garrafas de refrigerante. Ao todo compareceram 27 alunos. Considerando que todos levaram os refrigerantes, quantas garrafas haviam? a) 25 b) 35 c) 50 d) 100 e) NDA
Qual a incógnita?
O que se deve procurar?
Quais os dados?
Solução:

Tarefa 2. Para uma festa de aniversário, 31 levaram 93 garrafas de refrigerante, se todos levaram a mesma quantidade, quantas garrafas levou cada pessoa? a) 5 b) 3 c) 9 d) 10 e) NDA
Qual a incógnita?
O que se deve procurar?
Quais os dados?
Solução:

Tarefa 3. Para uma festa foram levadas 72 garrafas de refrigerante. Se cada um dos convidados levaram 3 garrafas, quantas pessoas foram convidadas? a) 5 b) 3 c) 24 d) 20 e) NDA
Qual a incógnita?
O que se deve procurar?
Quais os dados?
Solução:

Tarefa 4.
Em um grupo de 12 menino que colecionam carrinhos. Juntos eles têm 48 carrinhos. Considerando que todos tenham a mesma quantidade. Quantos carrinhos haveriam se 21 meninos colecionassem carrinhos? a) 84 b) 34 c) 24 d) 124 e) NDA
Qual a incógnita?
O que se deve procurar?
Quais os dados?
Solução:

Tarefa 5.
Sabe-se que 15 meninos colecionam chaveiros e, que juntos têm 75 chaveiros. Considerando que todos tenham a mesma quantidade. Quantos meninos colecionariam chaveiros se juntos tivessem 90 chaveiros? a) 5 b) 15 c) 14 d) 16 e) NDA
Qual a incógnita?
O que se deve procurar?
Quais os dados?
Solução:

Tarefa 6.
Um grupo de 16 meninos tem ao todo 64 bolinhas de gude. Considerando que todos têm a mesma quantidade, quantas bolinhas haveriam se 12 meninos estivem nesse grupo? a) 5 b) 3 c) 24 d) 48 e) NDA
Qual a incógnita?
O que se deve procurar?
Quais os dados?
Solução:

Tarefa 7: As meninas de uma classe de estudantes têm a mesma quantidade de adesivos. Se 24 meninas juntas têm 72 adesivos. Quantas meninas teriam na turma se tivesse apenas 42 adesivos? a) 5 b) 3 c) 24 d) 14 e) NDA
Qual a incógnita?
O que se deve procurar?
Quais os dados?
Solução:

Tarefa 8. Em uma caixa com formato retangular cabem 96 maçãs, sabendo que as maçãs estão organizadas em fileiras e que cada fileira cabe 12 maçãs. Quantas fileiras de maçãs há nessa caixa? a) 8 b) 12 c) 18 d) 48 e) NDA
Qual a incógnita?
O que se deve procurar?
Quais os dados?
Solução:

Tarefa 9. Uma caixa de ovos tem formato retangular. Os ovos estão organizados em 6 fileiras com 8 ovos em cada fileira. Quantos ovos há nessa caixa? a) 8 b) 12 c) 18 d) 48 e) NDA
Qual a incógnita?
O que se deve procurar?
Quais os dados?
Solução:

Protocolo de Avaliação

Este protocolo segue alguns indicadores das representações de alguns estudantes de 5° Ano, com relação aos conceitos e significados envolvidos nos problemas, no Campo Multiplicativo. Seguem um total de 8 (oito) indicadores elaborados de acordo com as perguntas mediadoras contidas na lista de problemas e que são intuídas a partir das 4 (quatro) operações ou passos que de acordo com Polya (1945), são executadas pelos estudantes na resolução de um problema.

N°	**INDICADOR**
1	Identificam a ideia da operação que resolve o problema e acertam os procedimentos
2	Identificam a ideia da operação que resolve o problema, mas não utilizam os procedimentos corretamente.
3	Identificam a operação que resolve o problema, mas apenas indicam a operação, e não a desenvolvem.
4	Não identificam a operação e acertam os procedimentos/algoritmos utilizados.
5	Não identificam a operação e erram os procedimentos
6	Não identificam a operação que resolve o problema, apenas indicam uma operação, e não a desenvolvem.
7	Indicam apenas o resultado e acertam.
8	Não resolvem.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1997.
BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. PCN, **Parâmetros curriculares nacionais:** matemática/ Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fudamental. -3. ed.- Brasília: A Secretaria,2001.

CARAÇA, Bento. de Jesus. **Conceitos fundamentais da matemática**. Lisboa: tipografia Matemática, 1952. 318p.

CARVALHO, Dione Lucchesi de. **Metodologia Do Ensino da Matemática**- 2 ed. Ver. – São Paulo: Cortez, 1994. (Coleção Magistério 2º grau. Série Formação do Professor)

D`AUGUSTINE, Charles H. **Mëtodos modernos para o ensino da Matemática**. Ed. Livo técnico S.A. Rio de Janeio – 1970.

DANTE, Luiz Roberto. **Formulação e resolução de problemas de matemática: teoria e prática.** 1ª ed,- São Paulo: Ática, 2010..

Díaz, Félix. **O processo de aprendizagem e seus transtornos** / Félix Díaz. - Salvador : EDUFBA, 2011. 396 p. il.

FONSECA, Solange. **Metodologia de ensino: matemática**. Belo Horizonte, MG. Ed. Lê: Fundacao Helena. Antipoff, 1997. (Coleção Apoio)

LOPES, Sergio Roberto. **A construção de conceitos matemáticos e a prática docente**. Sergio Roberto Lopes. Ricardo Luiz Viana, Shirdelene Vieira de Almmeida Lopes. Curitiba: Ibpex, 2005.

MOREIRA, Marco Antônio, 1942. **Teorias de aprendizagem**/Marco Antonio Moareira. 2. Ed. Ampl. São Paulo: EPU. 2011.OLIVEIRA, Martha Khol de. Vygotsky. São Paulo: Scipione, 1993.

MOREIRA, Marco Antônio. **Aprendizagem Significativa: a teoria de David Ausubel**. Marco Antonio Moreira, Elcie F. Salzano Masini. São Paulo : centauro, 2001.
OLIVEIRA, Marta Kohl. **Vygotsky: aprendizado e desenvolvimento, um processo sócio-históric**o. São Paulo: Scipione, 1997.

ONUCHIC, L. R. **Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas**. In: BICUDO, M. A. V. (Org.) Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas. São Paulo: Editora UNESP, 1999.

ONUCHIC E ALLEVATO, N. S. G. **Novas Reflexões sobre o ensino – aprendizagem de Matemática Através da Resolução de Problemas.** In BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (Orgs). Educação Matemática: Pesquisa em Movimento. Cortez, São Paulo, 2004, p. 213 – 231.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. **Palestra de Encerramento: Uma História da Resolução de Problemas no Brasil e no Mundo In: I SEMINÁRIO EM**

RESOLUÇAO DE PROBLEMAS – I SERP, 2008, - Rio Claro, Anais de Trabalhos Completos I SERP, Rio Claro: UNESP, 2008.

POLYA, George. **A Arte de Resolver Problemas**. Trad.: Heitor Lisboa de Araújo. Ed. Interciência, 2006. Título original: How to solve it, 1945.
PONTE, João Pedro Mendes. Investigar, ensinar e aprender. (2003) Disponível em <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/03-Ponte(Profmat).pdf> Acesso em 10 abr. 2012.

SHOKRANIAN, Salahoddin. **Uma introdução à teoria dos números.** Rio de Janeiro: Editora Ciencia Moderna Ltda, 2008.

STAREPRAVO, A.R**. Mundo das ideias: jogando com a matemática, número e operações** / Ana Ruth Starepravo. Curitiba: ed. Aymará,2009.

VERGNAUD, G. **A criança, a matemática e a realidade: problemas do ensino da matemática na escola elementar.** Tradução de Maria Lucia Faria Moro. Revisão técnica de Maria Tereza Carneiro Soares. Curitiba: Ed. Da UFPR, 2009.

VERGNAUD, G. **A teoria dos campos conceituais**. In: BRUN, J. Didáctica das matemáticas. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. p. 155-191.

ZABALA, Antoni., **A prática educativa: como ensinar**. Trad. Ernani F. da Rosa –Porto Alegre: ArtMed, 1998.